

# 【2021 全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

## 高中 ( 職 ) 組 成果報告表單

題目名稱：GO GO G.O.A.T.

### 一、摘要：

本研究認為在一項運動領域中，要成為 G.O.A.T. 的候選人 ( 團隊 ) 的先決條件是獲得大賽冠軍頭銜次數。在決定了個人或團隊 G.O.A.T. 候選名單後，將候選人的奪冠路上對戰對手進行等級劃分，接著透過冠軍含金量 (CGC) 換算為冠軍含金量分數 (CGCS)，最後定義個人或團隊的評價分數 (ES)，以決定該領域的 G.O.A.T.。

$$(ES) : ES = CGCS \times N(\text{Win}) + \overline{CGCS} \times \sum_{i=2} N(\text{Final}, \text{Semi}, \text{Quar}, \dots) \times R^{(i)} WR。$$

本研究亦考慮到了候選人的生涯長短，不應時間的因素影響而建置了評價分數平均

$$(\overline{ES}) \cdot \overline{ES} = \frac{ES}{\text{出賽數}}。$$

### 二、探究題目與動機：

G.O.A.T. (Greatest Of All Time) 這個詞，指的是史上最佳的意思。人們在討論一項運動賽事時，誰是該項運動的 G.O.A.T. 總是令人津津樂道。個人運動中，如 Snooker 領域的 Ronnie O'Sullivan 或 Stephen Hendry；飛鏢硬靶領域的 Phil Taylor 或 Michael Van Gerwen 都各有擁護者。然而誰是最有實力、最具代表性的人物？這個問題應該如何被客觀的定義總是眾說紛紜。團體運動裡，北美四大職業運動 MLB (baseball)、NBA (basketball)、NHL (football) 及 AHL (hockey)，都有一個評價球員的組織——名人堂。當一位球員獲得多個獎項，或者數據表現傑出者，透過一定的評選機制，經由票選決定該名球員是否入選名人堂。透過票選決定入選名人堂與否相較於利用數據分析而言並不是那麼客觀，票選的方式較容易受過多主觀意識的影響使其結果有所不同。因此，本研究想要藉著客觀的數據，建立一套數學模型，用以評斷各個運動賽事上的 G.O.A.T. 該如何挑選？

### 三、探究目的與假設：

- (一) 以 2018 年女子網球大滿貫前十六強賽事結果做為建立數學模型的範例，以確定 2018 年年度最佳的女子網球運動員。並討論模型中各種因素、變量的選擇及模型的建立方式。
- (二) 依「研究目的一」開發之模型，以男子網球運動為範例。利用歷年數據之分析結果，套用於本研究之開發模型，以決定哪位球員為男子網球運動之 G.O.A.T.。

### 四、探究方法與驗證步驟：

- (一) 大滿貫賽事為單敗淘汰賽制，共有 128 支籤，其中設有 32 個種子。種子序的排定方式是該年度大滿貫賽事報名選手中，依其當下世界排名之高低決定。雖溫網種子序的給定與其它三個大滿貫賽事略有不同，但大致上各滿貫賽的種子序與世界排名之高低一致。

由於  $S_1$  與  $S_2$  必定分散在籤表的最上與最下方，以確保高種子選手不會因為過早相遇而影

響賽事精彩程度。本研究將種子  $S_1$  與  $S_2$  定義為最高等級的選手，符號上用  $L(1)$  表示； $S_3$  與  $S_4$  定義為第二等級的選手，符號上用  $L(2)$  表示； $S_5$  至  $S_8$  定義為第三等級的選手，符號上用  $L(3)$  表示，以此類推。

為了將  $S_n$  換算為  $L(n)$ ，有了以下定義：
$$L(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ \lceil \log_2 S_n \rceil, & otherwise \end{cases}$$

本模型的核心在於量化每一位 G.O.A.T. 候選人在奪冠路上的含金量。本研究認為，選手在奪冠路上平均對戰的種子序決定了該選手的冠軍含金量，下表(一) 為候選人奪冠路對戰對手一覽表。

表(一) 候選人奪冠路對戰對手

賽事	澳網	法網	溫網	美網
球員	Wozniacki	Halep	Kerber	Osaka
Final	$S_1$	$S_{10}$	$S_{25}$	$S_{17}$
Semi	$S_{33}$	$S_3$	$S_{12}$	$S_{14}$
Quar	$S_{33}$	$S_{12}$	$S_{14}$	$S_{33}$
4 <sup>th</sup>	$S_{19}$	$S_{16}$	$S_{33}$	$S_{26}$

可以注意到的是，一場大滿貫賽事中，種子序只有 32 位，意即  $S_{33}$  是不存在的種子序，為了將非種子選手量化，本研究將非種子選手統一定義為  $S_{33}$ 。接下來將  $S_n$  換算為  $L(n)$ ，其結果如表(二)。

表(二) 候選人奪冠路對戰對手  $L(n)$

賽事	澳網	法網	溫網	美網
球員	Wozniacki	Halep	Kerber	Osaka
Final	$L(1) = 1$	$L(10) = 4$	$L(25) = 5$	$L(17) = 5$
Semi	$L(33) = 6$	$L(3) = 2$	$L(12) = 4$	$L(14) = 4$
Quar	$L(33) = 6$	$L(12) = 4$	$L(14) = 4$	$L(33) = 6$
4 <sup>th</sup>	$L(19) = 5$	$L(16) = 4$	$L(33) = 6$	$L(26) = 5$

接下來計算每位選手的冠軍含金量分數  $CGCS$  ( $CGC = \frac{\sum L(n)}{M}$ ， $CGCS = \frac{1}{CGC} \times S$ )。在計算  $CGCS$  之前必須先給定一個冠軍含金量  $CGC$  的統一標準  $S$ 。以第 1 種子奪冠為例並當作基準，根據賽程籤表設計方式，在全程不爆冷 (高種子永遠會打贏低種子或非種子) 的前提下，第 1 種子選手先後會遇到  $L(n) = 4, 3, 2, 1$  的對手， $CGC = \frac{4+3+2+1}{4} = 2.5$ 。事實上一位奪冠者在其晉級路上之  $CGC$  必定大於等於 2.5。

以表(一)中 Kerber 在溫網奪冠路的  $CGC = \frac{6+4+4+5}{4} = 4.75$ ，相較於 Halep 在法網奪

冠路的  $CGC = \frac{4+4+2+4}{4} = 3.5$  而言，可說輕鬆了不少。由於  $CGC$  是一個數值愈小代表含

金量愈高的數字，為了在直觀上更容易理解，本研究創建了  $CGCS = \frac{1}{CGC} \times S$  指標。其中

$S = 100 \div \frac{1}{2.5} = 250$  做為標準。以 Kerber 為例， $CGCS = \frac{1}{4.75} \times 250 \approx 52.6$ 。其餘  $CGCS$  計算

方式同理，繪製成表(三)。

表(四) 大滿貫賽事女單積分表

表(三) 四名候選人  $CGCS$

球員	$CGCS$
Wozniacki	55.6
<b>Halep</b>	<b>71.4</b>
Kerber	52.6
Osaka	50.0
$\overline{CGCS} \approx 57.4$	

級別	女子組(分)
Win	2000
Final	1300
Semi	780
Quar	430
4 <sup>th</sup>	240
3 <sup>th</sup>	130
2 <sup>th</sup>	70
1 <sup>th</sup>	10

表(五)大滿貫賽事前十六強晉級賽果統計

球員	$N(Win)$	$N(Final)$	$N(Semi)$	$N(Quar)$	$N(4^{th})$
Wozniacki	1	0	0	0	1
Halep	1	1	0	0	0
Kerber	1	0	1	1	0
Osaka	1	0	0	0	0

最後進行  $ES$  (評價分數) 計算與  $\overline{ES}$  (評價分數平均) 計算。要僅依 2018 年的大滿貫奪冠含金量決定年度最佳選手，本研究認為尚有些偏頗，故依賽果我們可以將  $ES$  做得更細緻一些。首先，定義  $R^{(i)}WR$ ，如 [1] 可知，Halep 除了在法網奪冠外，在澳網也打到了 *Final*。同樣地，Kerber 除了在溫網奪冠外，其它賽事中也有不俗的成績。本研究依現行大滿貫女單積分表 (表(四))，計算了名次-冠軍積分比  $R^{(i)}WR = \frac{\text{所獲名次積分}}{\text{冠軍積分}}, i \in N, i \geq 2$ ，並將其放入了

$ES$  計算式中。依 2018 年女網大滿貫前 16 強的賽果，本研究計算評價分數  $ES$  採取的方式為  $ES = CGCS \times N(Win) + \overline{CGCS} \times \sum_{i=2} N(Final, Semi, Quar) \times R^{(i)}WR$ 。如有選手未能奪冠，其

$R^{(i)}WR$  的比值會隨著名次愈差導致對  $ES$  的影響愈小。因此本研究將所有未奪冠時對戰過程之係數利用  $\overline{CGCS}$  數值做為代表。亦即本研究不細究所有未奪冠者的晉級過程。當所有選手在未奪冠時所使用的此一係數都相同 ( $\overline{CGCS}$ ) 時，決定  $ES$  的大小因素就只剩下拿下其它獎項的次數了。以 Kerber 為例，

$$ES \approx 52.6 \times 1 + 57.4 \times 0 \times \frac{1300}{2000} + 57.4 \times 1 \times \frac{780}{2000} + 57.4 \times \frac{430}{2000} \approx 87.36095$$

。其餘候選人的運算同

理，其結果如下表 (六)。

表(六) 四名候選人 *ES*

球員	<i>ES</i>	球員	<i>ES</i>
Wozniacki	55.55556	Kerber	87.36095
<b>Halep</b>	<b>108.7411</b>	Osaka	50

由表(六) 可知，Simona Halep 在 2018 年四次大滿貫賽事中，相較其他三位選手，綜合表現較為優異。因此本研究模型選擇 Simona Halep 為 2018 年年度最佳女子網球運動員。

另外，本研究根據 WTA 官方資料來佐證我們的模型解，WTA 官方在 2018 年度最佳球員頒發給了 Simona Halep。除此之外，在”Sportskeeda”也將 Simona Halep 評為 2018 年度女子網球球員前五名中的第一名。

(二) 在男子網球運動中，本研究決定將奪冠次數最多的三位選手：Roger Federer、Rafael Nadal 與 Novak Djokovic 作為 G.O.A.T. 的候選人 (見表(七))。透過 ATP 的官網數據查詢三名候選人，在奪冠路上的對手當前排名 ( $S_n$ )，值得注意的是，查詢到的是每位對手當前的排名而非種子序。但由於排名與種子序的高低大多一致，對本模型求解影響不大。根據「研究目的一」的方法，計算三人在四大滿貫賽事中的 *CGC* 和 *CGCS*，其中計算 *CGCS* 時所需的標準分數 *S*。

表(七) 公開化年代：

1968 ~ now 四大滿貫冠軍數(5次以上)

球員	冠軍次數	活躍年代
Roger Federer	20	2003~now
Rafael Nadal	20	2005~now
Novak Djokovic	18	2008~now
Pete Sampras	14	1990~2002
Björn Borg	11	1974~1980
Jimmy Connors	8	1974~1983
Ivan Lendl	8	1984~1990
Andre Agassi	8	1992~2003
John Newcombe	7	1967~1975
John McEnroe	7	1979~1984
Mats Wilander	7	1982~1988
Boris Becker	6	1985~1996
Stefan Edberg	6	1985~1992

表(八) 大滿貫賽事男單積分

級別	男子組(分)
<i>Win</i>	2000
<i>Final</i>	1200
<i>Semi</i>	720
<i>Quar</i>	360
4 <sup>th</sup>	180
3 <sup>th</sup>	90
2 <sup>th</sup>	45
1 <sup>th</sup>	10

表(九) 三名候選人 CGCS 平均

	Australian Open		French Open		Wimbledon		US open		
	CGC	CGCS	CGC	CGCS	CGC	CGCS	CGC	CGCS	
Federer	4.7142857	84.8	5.2857143	75.7	4.7142857	84.8	5.1428571	77.8	
	5.4285714	73.7			4.8571429	82.4	4.8571429	82.4	
	4.4285714	90.3			5.2857143	75.7	5.2857143	75.7	
	4.5714286	87.5			4.5714286	87.5	4.8571429	82.4	
	5.7142857	70.0			4.8571429	82.4	4.7142857	84.8	
	5.2857143	75.7			4.4285714	90.3			
					5.1428571	77.8			
					5.4285714	73.7			
	CGCS 平均	80.3	CGCS 平均	75.7	CGCS 平均	81.8	CGCS 平均	80.6	
Djokovic	4.7142857	84.8	4.7142857	84.8	5.4285714	73.7	5.2857143	75.7	
	5	80.0			4.7142857	84.8	4.7142857	84.8	
	4.8571429	82.4			4.5714286	87.5	4.7142857	84.8	
	4	100.0			4.8571429	82.4			
	4.8571429	82.4			5.1428571	77.8			
	4.4285714	90.3							
	4.7142857	84.8							
	4.1428571	96.6							
	5	80.0							
	CGCS 平均	86.8	CGCS 平均	84.8	CGCS 平均	81.2	CGCS 平均	81.8	
Nadal	4.7142857	84.8	5.7142857	70.0	5.1428571	77.8	5.4285714	73.7	
			4.7142857	84.8	4.8571429	82.4	6	66.7	
			5.1428571	77.8			5	80.0	
			4.7142857	84.8			4.7142857	84.8	
			4.8571429	82.4					
			4.1428571	96.6					
			4.5714286	87.5					
			4.5714286	87.5					
			5.4285714	73.7					
			4.4285714	90.3					
			4.4285714	90.3					
			4.2857143	93.3					
			4.8571429	82.4					
		CGCS 平均	84.8	CGCS 平均	84.7	CGCS 平均	80.1	CGCS 平均	76.3
		CGCS	81.0						

以第 1 名選手奪冠為例並當作基準，根據賽程籤表設計方式，在全程不爆冷（高種子永遠會打贏低種子獲非種子）的前提下，第 1 名選手先後會遇到  $L(n) = 7, 6, \dots, 2, 1$  的對手，其

$$CGC = \frac{\sum_{i=1}^7 i}{7} = 4$$

。事實上一位奪冠者在其晉級路上之 CGC 必定大於等於 4。為了轉換成直觀

上更容易理解的 CGCS，其標準  $S = 100 \div \frac{1}{4} = 400$ 。本研究依現行大滿貫男單積分，計算了名次-冠軍積分比。由於目前討論的是 G.O.A.T.，意即一個選手的長年偉大的程度。本研究認為，討論 G.O.A.T. 時僅需討論  $R^{(2)} WR$ ，意即亞軍-冠軍積分比。或許我們可以將數值計算得更為細緻。但顯然地，討論所有狀況的  $R^{(i)} WR$  對 ES 的影響不大之外，網球又是有著多種分級賽事的運動。如一年有九場在不同國家舉辦的大師賽，冠軍積分達 1000 分，事實上已超過大滿貫賽事的 Semi 獲得的積分。但大師賽的歷史並不如四大滿貫公開賽一般歷史悠久，不少已退休的選手並沒有太多機會參加大部份的大師賽。基於以上，將各種分級賽事納入討論實質意義並不大。

在有了表(九) 的 CGCS 後，計算評價分數 ES：

$$ES = \sum_{\text{四大公開賽}} CGCS \times N(\text{Win}) + \overline{CGCS} \times N(\text{Final}) \times \frac{1200}{2000}$$

。在計算完 ES 後，因本研究考慮到三位候

選人因生涯長短的不同 (Federer 1998 轉職業；Djokovic 2003 轉職業；Nadal 2001 轉職業)，其大滿貫賽事的出賽場次有所不同。畢竟三位候選人都還是現役球員，為了規避因時間因素

而影響 G.O.A.T. 的決定，本研究建置了  $\overline{ES}$  的計算， $\overline{ES} = \frac{ES}{\text{出賽數}}$ ，其計算結果如表(十)。

表(十) 評價分數與評價分數平均

球員	$ES$	$\overline{ES}$
Federer	2150.00	28.29
Djokovic	2003.80	31.81
<b>Nadal</b>	<b>2040.50</b>	<b>34.01</b>

由表(十) 可知，Rafael Nadal 在生涯所有大滿貫賽事中，相較其他兩位選手，綜合表現較為優異。因此本研究的模型選擇 Rafael Nadal 為 G.O.A.T.。

## 五、結論與生活應用：

(一) 2018 年女子網球年度最佳球員，透過本研究的模型求解，結果如下：

表(十一) 2018 年年度最佳球員計算結果

球員	$ES$	球員	$ES$
Wozniacki	55.55556	Kerber	87.36095
<b>Halep</b>	<b>108.7411</b>	Osaka	50

(二) 男子網球 G.O.A.T.，透過本研究的模型求解，結果如下：

表(十二) 男子網球 G.O.A.T. 計算結果

球員	$ES$	$\overline{ES}$
Federer	2150.00	28.29
Djokovic	2003.80	31.81
<b>Nadal</b>	<b>2040.50</b>	<b>34.01</b>

(三) 本研究所創立的模型，適用於任何單敗淘汰賽制的運動領域。其價值在於能透過相同的計算邏輯，在不同運動領域中挑選出 G.O.A.T.。然而，在不同運動領域中，數據的取得或許較為不易，分級賽事也並非如網球運動一樣完整。因此，如欲使用本模型，需先依最大或最有指標性的賽事進行候選人挑選。決定候選人後，再依其奪冠次數與奪冠晉級路上的含金量分數進行計算。進而挑選出該運動領域之 G.O.A.T.。

## 參考資料：

- [1] 女子 2018 年四大滿貫賽前十六強賽果。 <https://reurl.cc/AgYWVY>
- [2] 聯合新聞網(2020)。網球 / 誰是網壇「GOAT」？藍道：大賽冠軍數決定。  
<https://udn.com/news/story/7005/4553252>
- [3] ATP TOUR(2021)。 <https://www.atptour.com/>
- [4] BBC SPORT(2021)。GOAT: Novak Djokovic closes Grand Slam gap on Rafael Nadal and Roger Federer。 <https://www.bbc.com/sport/tennis/56146799>
- [5] WIKIPEDIA(2021)。Chronological list of men's Grand Slam tennis champions。  
<https://reurl.cc/GdOOBz>