

【2021 全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

高中（職）組 成果報告表單

題目名稱：不知輕「重」 - 探討重力加速度的值

一、摘要：

重力加速度是一個大家都很耳熟的名詞，但是我們真的有實際測量過重力加速度的值嗎？本研究使用了單擺週期運動、丟球以及光電閘自由落體等，來探討重力加速度的值，並且分析各個實驗的誤差原因，擺錘體積太大、相機成像問題.....，最後找出一種誤差最小、最適合測量重力加速度的方法。結果發現光電閘自由落體因為使用較為專業、精密的光電計時器，以及公式中將兩筆數據(A-B、A-B')相減，把誤差抵銷了，因此降低了誤差，為最適合測量重力加速度的方法。

二、探究題目與動機

有一次的物理課，我看到了窗外有一個東西從4樓的教室外掉了下去，而眼前黑板上的上課內容是重力加速度，讓我不禁想到——東西掉下去可以求出重力加速度嗎？而課本上重力加速度的值 $9.8(m/s^2)$ 究竟是怎麼算出來的呢？因此，與同學討論之後就使用了單擺、丟球和光電閘自由落體等方法來求重力加速度。

三、探究目的與假設

1. 參考教科書、網路資源，尋找可以求出重力加速度的方法。
2. 利用單擺週期運動、丟球、光電閘自由落體、水滴以及斜面的方式求出重力加速度的值，並進行誤差分析。
3. 分析各個實驗的誤差，並找出誤差最小、最適合測量重力加速度的方法。

四、探究方法與驗證步驟

【單擺】

利用單擺週期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 測量 T：週期(s)和 L 擺長(m)，即可獲得重力加速度 $g = \frac{4\pi^2L}{T^2}$ (m/s²)。實驗的控制變因為擺錘 122.73 公克、擺角 10 度、測量擺動次數 10 次，操縱變因為擺長(棉線)，分別為 45.00、30.00、18.50 公分，計算連續擺動 10 次的時間再取平均，算出週期，進而求出重力加速度。

步驟：先將單擺的支架用固定用具固定住，並將線、擺錘綁好，綁於支架上。接著，一人手拿量角器放在線和支架綁的點，另一人雙手各拿擺錘及碼錶。準備好時，同時放開擺錘、按下碼錶，之後量角器移開，避免撞到。擺動 10 次時，即可按下碼錶，完成測量。

單擺實驗結果：

擺長 45.00 公分：g 平均值:9.165 m/s²

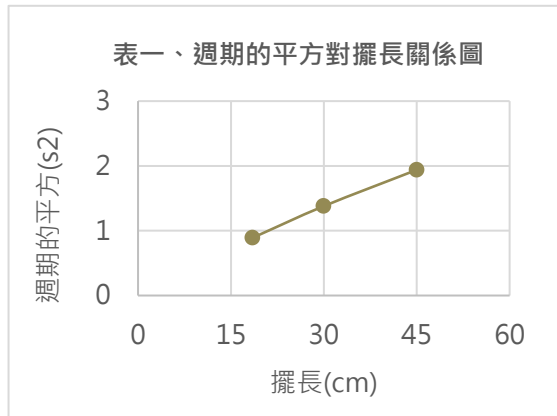
擺長 30.00 公分：g 平均值:8.615 m/s²

擺長 18.50 公分：g 平均值:8.200 m/s²



圖一：單擺實驗裝置圖

在算出重力加速度前，我們會算出週期，這三個實驗可以畫出週期的平方對擺長關係圖，如表一，呈現正相關。



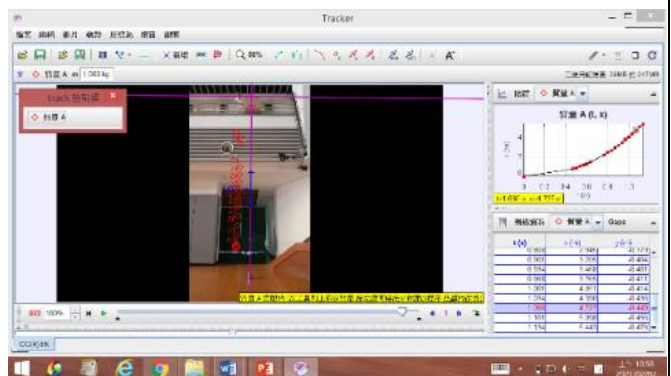
綜合以上三個單擺實驗，重力加速度平均為 8.972(m/s²)，與 9.8(m/s²)的相對誤差為 - 8.449%。造成誤差的原因可能是擺錘不是球體，造成其他擺動、擺長太短、擺錘體積過大、撞到支架。

【丟球實驗】

因為單擺實驗所求出來的重力加速度誤差有點大，所以跟同學討論後，想利用丟球的方法試試看，能不能求出重力加速度，也順便驗證在課堂上看到窗外的東西掉落可以求重力加速度的假說。

根據位移公式 $\Delta x = V_0t + \frac{1}{2}gt^2$ 在丟球時將手放在球的兩側再放開，假設沒有其他作用力，即初速 V_0 (公尺/秒)等於 0 之意，得到 $g = \frac{2\Delta x}{t^2}$ 。再透過 tracker 軟體計算球體位移 Δx (公尺)和掉落時間 t (秒)，即可求得 g 重力加速度(m/s²)。

要用到的材料有玩具球*1、繩子*1、吸管*10、手機(相機)、重物(PVC 黏著劑)。玩具球是拿來丟的，為 tracker 分析的目標物。線上每 100 公尺使用吸管標記，以利 tracker 分析。手機(相機)則是用來記錄球的位移、掉落時間。重物(1 公斤的 PVC 黏著劑)的用途為拉長繩子，使之不斜。

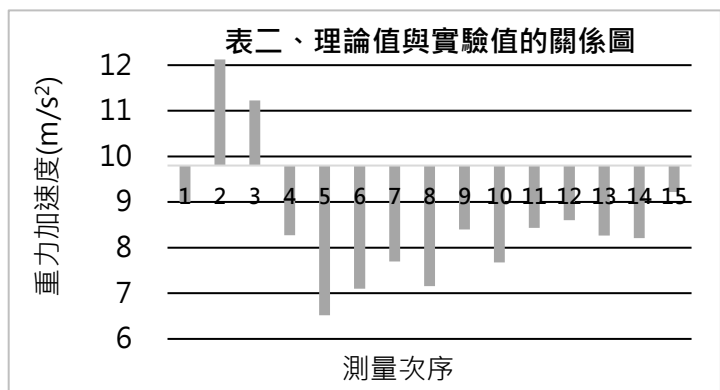


圖二、Tracker 軟體分析畫面

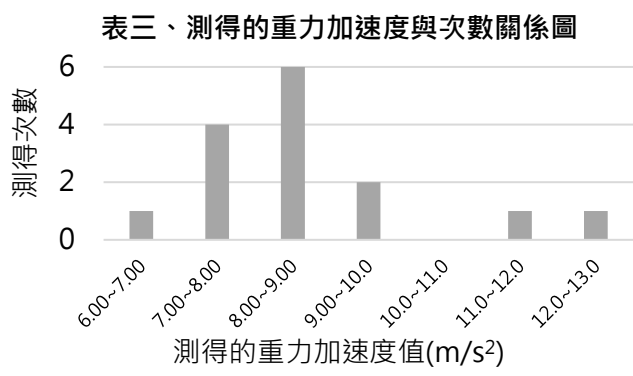
實驗的地點在活動中心，因為怕風吹而影響實驗，造成誤差。上圖二為 15 次實驗中的一次 tracker 分析畫面，可以看到軌跡、設定時間原點.....。

綜合 15 個實驗，重力加速度平均為 8.53 m/s²，與 9.8 m/s²的誤差為-13.0%，標準差為 1.43。

表二為每一次的測量值與 9.8 m/s²的比較，大多數的測量值 < 9.8 m/s²。



由表三「測得的重力加速度與次數關係圖」可知，重力加速度 9.8 m/s^2 落在「9.00~10.0」的類別裡，但是「8.00~9.00」卻是最多的，推測可能和風阻、球不夠重有關，而造成多數測量的測量值小於實際值。



丟球實驗比單擺實驗的誤差更大了，我們認為造成誤差的原因有三項：

1. **風**：雖然在活動中心，但是室內還是有風的影響
2. **相機成像問題**：相機沒有放在整條線的接近中間的位置，導致拍出來每段吸管間距都不相等。但在 tracker 取 1 公尺時是以繩子中段部分為 1 公尺校正桿，以降低誤差。
3. **人為技術問題**：
 - ①丟球時 $V_0 \neq 0$ ，導致計算結果 < 實際值。
 - ②Tracker 操作誤差，在 tracker 的時間原點沒有取的很好，可能在球掉下瞬間之前與時間原點之後這中間有約零點幾秒的時間。又一半以上的 t 在 $0 \sim 1$ (s)之間， t^2 也在 $0 \sim 1$ (s)之間，但 $< t$ 。又 t^2 在分母，導致 g 值上升。但測得次數最多的類別竟非在 $> 9.00 \sim 10.0$ 的類別，因此這零點幾秒的影響應該不大，或與其他誤差相抵消了。

【光電閘自由落體】

最後我們發現丟球實驗和單擺的誤差都太大了，所以到物理實驗室尋找相關器材，就找到了這組器材，接著利用這組器材搭配說明書之後，求出了誤差最小重力加速度值。

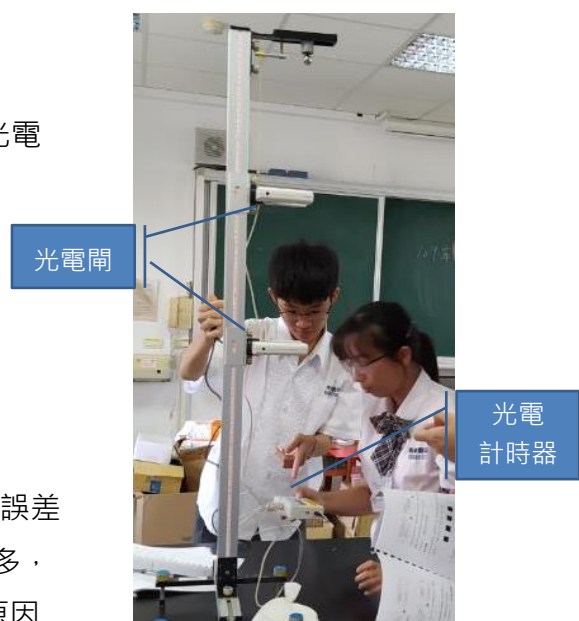
求出重力加速度的公式為 $g = \frac{2(S_2 t_1 - S_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_2 - t_1)}$ ， S_1 為光電閘 A 至光電閘 B 之距離； S_2 為光電閘 A 至光電閘 B' 之距離； t_1 為光電閘 A 至光電閘 B 之時間； t_2 為光電閘 A 至光電閘 B' 之時間。

步驟說明：

1. 首先，架設支架、光電閘、防撞沙包，並連接光電計時器，設定測量 A 到 B(B') 的時間。
2. 接著用支架上的線確認支架是水平的。
3. 再來按下電磁鐵開關以吸住鋼球(28.46 公克)，放開電磁鐵開關使球落下，即可得到數據。

實驗結果：

g 平均值: 9.7807 m/s^2 ，誤差有 -0.1969% 。這一次的誤差明顯比前兩個實驗的誤差 (-8.449% 、 -12.98%) 小很多，我們認為這次的誤差比單擺和丟球的誤差小很多的原因有二：



圖三、操作光電閘及光電計時器

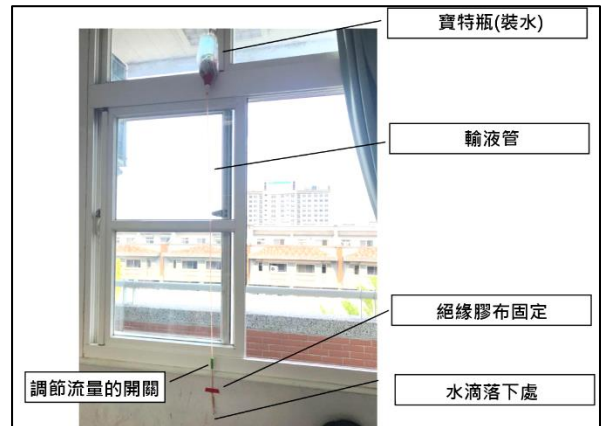
- 一、光電計時器是一種較為專業、精密的儀器，能夠測量到小數點後 5 位的秒數，因此使誤差降低了。
- 二、雖然還是有些許的空氣阻力，但在一次測量了二筆的數據(A-B、A-B')，並在公式中將兩筆數據相減，把誤差抵銷了，因此誤差會變小。

【水滴實驗】

利用手機將水滴落的過程拍下來，利用 Tracker 軟體分析數據，測出其重力加速度。

步驟說明:

1. 將染色過的水裝置寶特瓶中，架設點滴管。
2. 架設相機，並在一旁放置比例尺。
3. 利用 tracker 軟體算出水滴位移及時間，即可求出重力加速度。



圖四、水滴實驗裝置圖

實驗結果：水造成的誤差太大，算不出來。

實驗失敗的原因：

1. 沒有考慮初速：實驗的初速度不為 0，以致於 g 的誤差值太大。
2. 相機成像問題。
3. 水的形變：大氣壓力造成水在滴落時產生形變。

【斜面掉落實驗】

利用斜面使球的初速為 0，再使球落下到地面，使用 Tracker 求出重力加速度 $g = \frac{2\Delta x}{t^2}$ 。

材料：手機、手機支架、彈珠、玩具汽車輪胎、PVC 水管、集線器、電火布、椅子。

步驟說明:

1. 架設椅子、手機支架等實驗裝置，並用手机拍攝物體掉落的過程。
2. 將其匯入進 tracker，且設定質點、放上座標軸、校正坐標軸及校正桿(比例尺)。
3. 追蹤質點，並將數據進行分析並計算其重力加速度。



圖五、斜面實驗裝置圖

實驗結果:

經過三次測量，重力加速度分別為 9.517、9.817、9.865 (m/s²)。

平均值為 9.733(m/s²)，誤差百分率是 0.683%。

五、結論與生活應用

測量方法	重力加速度(m/s ²)	誤差(%)	實驗之最
單擺週期運動	8.97	-8.45	最容易辦到
丟球實驗	8.53	-13.0	最多變因要考慮
光電閘自由落體	9.78	-0.20	最精準
水滴實驗	--	--	最困難
斜面掉落實驗	9.73	-0.68	構思時間最久

- **光電閘自由落體 - 最精準**：其中誤差最小、最精準及最適合測量重力加速度的方法是光電閘自由落體(誤差-0.1969%)，其次是單擺(誤差-8.449%)，最後是丟球(誤差-13.0%)。
- **單擺實驗 - 最容易辦到**：單擺實驗是三者中最容易辦到的，因為它只要一個穩定不會搖晃的支架即可進行。不像光電閘自由落體需要組支架、連接光電計時器，或是丟球實驗需要把線垂下去一樓、拍攝實驗過程以 tracker 分析.....，單擺在三者中屬於最容易完成的實驗。
- **丟球實驗 - 最多變因要考慮**：丟球實驗要考慮相機拍攝角度、球在螢幕中是否明顯以及環境造成的影響(風).....，而單擺實驗只有擺角、擺長和擺錘要考慮，相較之下最多變因需要考慮。
- **水滴實驗 - 最困難**：水滴沒有我們想像的好控制，除了相機本身的成像有誤差外，還有水從寶特瓶流經輸液管再流出的速度不為 0，更有大氣壓力，造成水在滴落時產生形變的誤差，因此是最困難的實驗。
- **斜面掉落實驗 - 構思時間最久**：這個實驗是我們執行的五種實驗中，誤差僅次於光電閘自由落體的，為誤差次小的實驗，也因此構思的時間花了兩個星期之久。

參考資料

實驗數據的處理與分析 - 國立臺灣師範大學物理學系

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/html.php?html=Notes/dataProcess>

5 1 1 實驗 DVD 單擺擺動的週期 - 國中理化教學資料庫

<https://youtu.be/HaS4caSrG3s>

單擺實驗 - 長庚大學通識中心 邱韻如

<http://163.25.89.40/yun-ju//CGUWeb/PhyExp/Exp101Pendulum/html/Exp101Handout.htm>

實驗名稱: 鋼球自由落體運動 Free fall experiment – atis

[http://www.atis.com.tw/physical%20instrument%20Entire_page_6b/c-p/c-p-m/A01-215E\(S\)-Y14%20%E8%87%AA%E7%94%B1%E8%90%BD%E9%AB%94\(%E8%90%BD%E7%90%83\).pdf](http://www.atis.com.tw/physical%20instrument%20Entire_page_6b/c-p/c-p-m/A01-215E(S)-Y14%20%E8%87%AA%E7%94%B1%E8%90%BD%E9%AB%94(%E8%90%BD%E7%90%83).pdf)

光電式自由落體實驗(東山高中 蘇月雲老師)

<https://youtu.be/SAbTbPG7IY8>

重力加速度—維基百科

<https://zh.m.wikipedia.org/zhtw/%E9%87%8D%E5%8A%9B%E5%8A%A0%E9%80%9F%E5%BA%A6>

Tracker 軟體安裝與使用教學 - 楊仲準 中原大學物理系

<http://c002.ndhu.edu.tw/ezfiles/25/1025/img/1231/581613291.pdf>