

【2021 全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

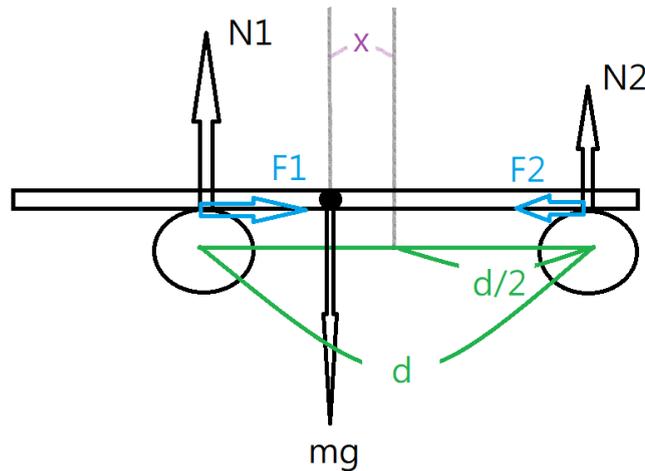
高中（職）組成果報告表單

題目名稱：摩擦震盪器
一、摘要
<p>本實驗利用電源供應器及電阻，使固定距離的兩個馬達反方向運轉，在轉輪上方放置橫桿後，用慢速攝影機觀察橫桿所做的位置變化，並觀察其運動性質以及其位置跟時間的關係圖。再嘗試以質量、放置的偏移距離、滑輪轉速跟間距、摩擦係數.....等作為變因，觀察橫桿的移動圖形變化。最後發現其符合簡諧運動的x-t及v-t圖，橫桿的質量僅與其運動穩定度相關，而放置的偏移距離則對實驗結果沒有太大的影響。經由傅立葉分析發現轉速跟週期無相關性，間距與週期平方有高度正相關，而摩擦係數與周期的平方大致呈反比。</p>
二、探究題目與動機
<p>我們在物理辯論賽中，接觸到了這個名為摩擦震盪器(Friction oscillator)又稱提摩盛科振盪器(Timoshenko oscillator)的實驗，對兩個滾輪上不同的正向力使橫桿能在上方做簡諧運動感到著迷，於是希望能更深入的探討這個實驗，並將此類似阻尼的特性延用至生活中。</p>
三、探究目的與假設
<p>探討變因：</p> <ol style="list-style-type: none">一、以不同橫桿作為變因，探討其軌跡圖形和週期，並且假設x-t圖會是一個$\cos\theta$的圖形。二、以初始放置的偏移距離作變因，探討其週期，假設偏移偏差並不會影響週期。三、以滑輪轉速作為變因，探討其週期，假設轉速改變的情況下週期亦相同。四、以雙輪間距作為變因，探討其週期，假設其間距跟週期平方成正相關。五、以摩擦係數作為變因，探討其週期，週期平方應反比於動摩擦係數。

四、探究方法與驗證步驟

理論推導1:摩擦振盪器的原理與影響周期的可能變因

設 N_1 為左邊滾輪所施予橫桿的正向力、 N_2 為右邊滾輪施予橫桿的正向力、 d 為雙輪間距、 x 為橫桿中心到雙輪中心的距離(偏移量)、 F_1 為左邊滾輪施予橫桿的摩擦力、 F_2 為右邊滾輪施予橫桿的摩擦力。整體實驗裝如下圖(一)



圖(一):實驗裝置與代號設立

鉛直方向靜力平衡: $N_1+N_2=mg$ ($N_1>N_2$) $N_1*d=mg(d/2+x)$

已知: $F_1-F_2=ma$

由 $N_1=1/2mg+mg*(x/d)$ (式1) 則可知 $N_2=1/2mg-mg*(x/d)$ (式2)

由式1和式2解方程式: $2mg*(x/d)*\mu=ma$ 則 $a+2g(\mu/d)*x=0$

且因為 $2g(\mu/d)=\omega^2=(2\pi/T)^2$, 移項得 $T^2=2\pi^2d/g\mu$

故得出下列結論: μ 與 T^2 成反比; d 與 T^2 成正比

理論推導2:摩擦係數的測量

設重力加速度 $g=9.8m/s^2$, 經測量鐵桿重 $0.046kg$:

以固定角度(37°)設立一斜面, 先算出光滑平面的理論垂直加速度:

$$a=(3/5*3/5)g=9g/25=-3.528m/s^2$$

利用tracker得到位移 d 及時間 t 後, 再藉由運動學公式: $d=v_0t+1/2at^2$

計算安裝材質面實際得到的垂直加速度 a' (使其由靜止若下, 初速為零), $a'=2d/t^2$ 。

利用質量乘上變化之加速度=正向力乘上動摩擦力的關係:

$$m(a'-a)=(4mg/5)*\mu_k, \mu_k=(a'-a)/7.84 \text{ (單位:m/s}^2\text{)} \text{ 計算出兩平面間的動摩擦係數。}$$

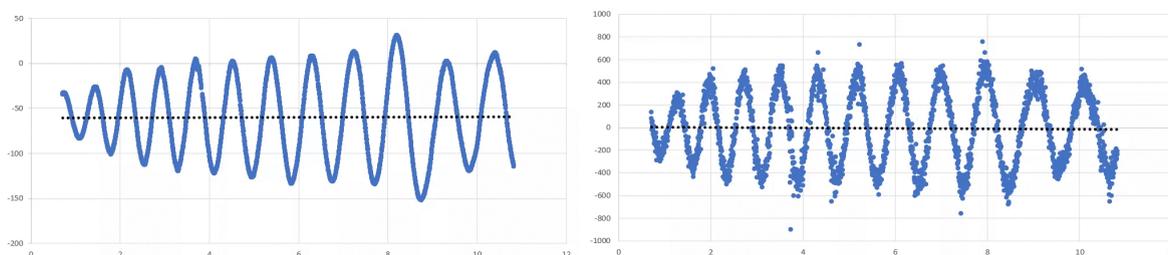


圖(二)心智圖

實驗方法:

- 一、將兩個相同馬達固定在兩側，接上相同的電源供應器及電阻使其反向轉動。
- 二、依照實驗設計放置橫桿及材質面並於末端纏繞紙膠帶(以利追蹤)。
- 三、在固定距離外放置60fps/120fps/240fps的慢速攝影機拍攝並分析橫桿的運動。
- 四、視需求改變變因
- 五、在慢速攝影完成後，利用Tracker程式進行分析，並且經由傅立葉轉換，算出其功率以及相對應的頻率，接著取最大的功率對應之頻率倒數做為分析出來最主要的週期。
- 六、探討結果與初始假設是否相同，並討論其精準度。

討論一、圖形的x-t圖以及v-t圖呈現簡諧運動中的cos和-sin圖形。



左圖(三)右圖(四)分別為實驗x-t圖及v-t圖，呈現簡諧運動中的cos和-sin圖形。

討論二、位移偏差不影響週期

表(一)以放置的偏移量作為變因的週期變化(材質面與紙膠帶且電阻為一歐姆)

鐵棍	左偏/右偏(cm)	週期(sec/次)	3D列印桿	左偏/右偏(cm)	週期(sec/次)
左偏	0.5	0.65	左偏	0.5	0.73
	1	0.61		1	0.77
	1.5	0.61		1.5	0.80
	2	0.66		2	0.77
右偏	0.5	0.65	右偏	0.5	0.75
	1	0.73		1	0.78
	1.5	0.66		1.5	0.79
	2	0.63		2	0.74

討論三、轉速改變的情況下週期亦相同(以3D列印管為例)

表(二)利用轉速計測量轉速, 以探討轉速對週期之變因

1歐姆	右滑輪	3515.8rpm	2.2歐姆	左滑輪	2904.0rpm
	左滑輪	3656.8rpm		右滑輪	2989.2rpm
1.5歐姆	右滑輪	3472.0rpm	3.3歐姆	左滑輪	2555.1rpm
	左滑輪	3635.4rpm		右滑輪	2880.9rpm

表(三)改變電阻以改變轉速的情況下, 鐵桿的週期(左右相加取平均)

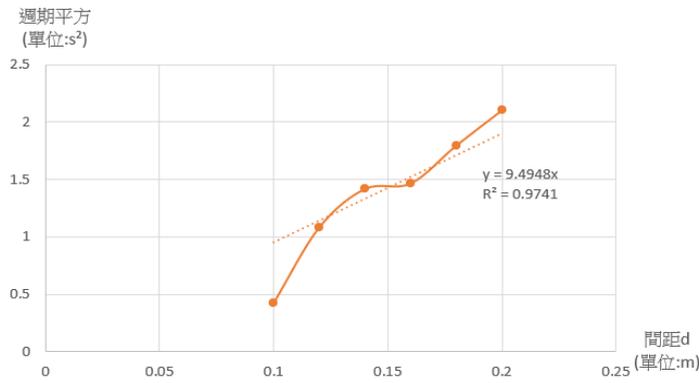
偏移(公分)	0.5	1	1.5	2	平均
3586.3rpm	0.74	0.78	0.80	0.76	0.77
3553.7rpm	0.66	0.75	0.88	0.93	0.81
2946.6rpm	0.70	0.75	0.77	0.78	0.75
2718.0rpm	0.67	0.66	0.60	0.73	0.67
結果	無相關	無相關	無相關	無相關	無相關

由此表可知轉速跟週期無關, 而根據理論推導我們也得知能得知相同結果。藉由我們的實驗, 可以用來驗證。

討論四、以雙輪間距作為變因

表(四)雙輪間距與週期關係表

雙輪間距	10公分	12公分	14公分	16公分	18公分	20公分
週期	0.65	1.04	1.19	1.21	1.34	1.45

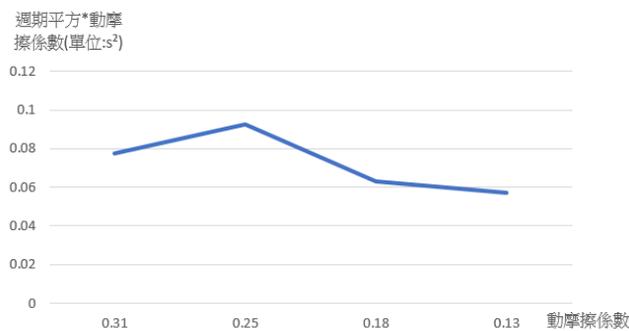


圖(五)以間距d對週期平方作圖，使其截距為0
發現R² 呈現0.97的高度正相關，由此可驗證我們的理論推導:d與週期平方成正相關。

討論五、以摩擦係數作為變因(以鐵桿為對照組)

表(五)不同摩擦係數和週期的關係

偏移(cm)	左偏0.5	左偏1	左偏1.5	左偏2	右偏0.5	右偏1	右偏1.5	右偏2	平均
150號砂紙 $\mu_k=0.31$	0.53	0.53	0.49	0.46	0.57	0.51	0.47	0.47	0.50
240號砂紙 $\mu_k=0.25$	0.60	0.72	0.57	0.63	0.63	0.67	0.56	0.63	0.61
320號砂紙 $\mu_k=0.18$	0.55	0.53	0.59	0.59	0.63	0.61	0.62	0.58	0.59
紙膠帶 $\mu_k=0.13$	0.65	0.61	0.61	0.66	0.65	0.73	0.66	0.73	0.66



圖(六)摩擦係數與週期平方關係圖

依照理論推導，週期平方應反比於動摩擦係數。換言之，週期之平方乘上動摩擦係數應為定值，實際情形如圖。週期平方與動摩擦係數之積大致相同，我們猜測摩擦係數的採樣時間過短造成了些許誤差。

五、結論與生活應用

結論

- 一、圖形的x-t圖以及v-t圖呈現簡諧運動中的cos和-sin圖形。
- 二、在滑輪轉速不固定的情況下，橫桿依舊能行簡諧運動。
- 三、橫桿的重量會影響其穩定度。
- 四、初始放置的偏移距離並不影響週期結果。
- 五、滑輪的轉速與週期呈現無相關。
- 六、間距d與週期平方呈現高度正相關，與理論相同。
- 七、摩擦係數大致與週期平方成反比，但因採樣時間過短造成摩擦係數不精確而導致誤差。
- 八、滑輪與橫桿的磨擦係數愈大，在實驗過程中愈容易出現橫桿彈起的現象。

生活應用

- 一、在已知間距與週期的情況下，快速算出放置物的動摩擦係數
- 二、模擬固定週期的震盪現象(ex.地震模擬底座)

參考資料

【單篇文章】

俞熹 (2019年11月06日) •Friction Oscillator•取自

http://phylab.fudan.edu.cn/doku.php?id=course:interesting_problems:2020:topic13:start

【學位論文】

Robin Henaff(2018).A study of kinetic friction: The Timoshenko oscillator. American Association of Physics Teachers

【單篇文章】

王秋文(2009年6月)•如何幫大樓抗風防震？淺談台北101大樓阻尼器(1/2)•取自

<http://www.ntuce-newsletter.tw/vol.21/101damper-1.html>

【公告事項】

AUDODESK INVENTOR 2014說明 (2004) •摩擦係數•取自

<https://help.autodesk.com/view/INVNTOR/2014/CHT/?guid=GUID-42FEECEEA-1F24-4470-AA60-5C358AA88A86>